

LINEÁRNÍ ROVNICE

sbírka příkladů - řešení

Zdrojem při přípravě tohoto materiálu byly webové odkazy:

<http://www.matfyzbrest.wz.cz/8trm.htm>

<http://www.e-matematika.cz/>

Autorům patří dík za kvalitní zpracování.

Obsah:

1. Rovnice – velmi jednoduché
2. Rovnice – snadné
3. Rovnice – s násobením závorek (lehčí typy)
4. Rovnice - s násobením závorek (těžší typy)
5. Rovnice – se zlomky (lehčí typy)
6. Rovnice – se složenými závorkami

Velmi jednoduché rovnice

1. Řeš rovnici: $x + 5 = 7$

Řešení:

$$x + 5 = 7 \quad / -5$$

$$x = 2$$

$$\text{Zkouška: } L(2) = 2 + 5 = 7 = P(2)$$

2. Řeš rovnici: $5x = 25$

Řešení:

$$5x = 25 \quad / :5$$

$$x = 5$$

$$\text{Zkouška: } L(5) = 5 \cdot 5 = 25 = P(5)$$

3. Řeš rovnici: $2x - 3 = 11$

Řešení:

$$2x - 3 = 11 \quad / +3$$

$$2x = 14 \quad / :2$$

$$x = 7$$

$$\text{Zkouška: } L(7) = 2 \cdot 7 - 3 = 14 - 3 = 11 = P(7)$$

4. Řeš rovnici: $\frac{1}{2}x + 2 = 6$

Řešení:

$$\frac{1}{2}x + 2 = 6 \quad / -2$$

$$\frac{1}{2}x = 4 \quad / \cdot 2$$

$$x = 8$$

$$\text{Zkouška: } L(8) = \frac{1}{2} \cdot 8 + 2 = 4 + 2 = 6 = P(8)$$

5. Řeš rovnici: $5x - 13 = 12$

Řešení:

$$5x - 13 = 12 \quad / + 13$$

$$5x = 25 \quad / : 5$$

$$x = 5$$

$$\text{Zkouška: } L(5) = 5 \cdot 5 - 13 = 25 - 13 = 12 = P(5)$$

6. Řeš rovnici: $\frac{3}{4}x + 4 = 10$

Řešení:

$$\frac{3}{4}x + 4 = 10 \quad / - 4$$

$$\frac{3}{4}x = 6 \quad / \cdot 4$$

$$3x = 24 \quad / : 3$$

$$x = 8$$

$$\text{Zkouška: } L(8) = \frac{3}{4} \cdot 8 + 4 = 6 + 4 = 10 = P(8)$$

7. Řeš rovnici: $\frac{1}{7}x - 3 = -1$

Řešení:

$$\frac{1}{7}x - 3 = -1 \quad / + 3$$

$$\frac{1}{7}x = 2 \quad / \cdot 7$$

$$x = 14$$

$$\text{Zkouška: } L(14) = \frac{1}{7} \cdot 14 - 3 = 2 - 3 = -1 = P(14)$$

8. Řeš rovnici: $\frac{x-2}{9} = 2$

Řešení:

$$\frac{x-2}{9} = 2 \quad / \cdot 9$$

$$x-2 = 18 \quad / + 2$$

$$x = 20$$

$$\text{Zkouška: } L(20) = \frac{20-2}{9} = \frac{18}{9} = 2 = P(20)$$

9. Řeš rovnici: $\frac{2x+3}{3} = 5$

Řešení:

$$\frac{2x+3}{3} = 5 \quad / \cdot 3$$

$$2x+3 = 15 \quad / - 3$$

$$2x = 12 \quad / : 2$$

$$x = 6$$

$$\text{Zkouška: } L(6) = \frac{2 \cdot 6 + 3}{3} = \frac{15}{3} = 5 = P(6)$$

10. Řeš rovnici: $2 \cdot \left(\frac{x}{3} - 2 \right) = 2$

Řešení:

$$2 \cdot \left(\frac{x}{3} - 2 \right) = 2 \quad / : 2$$

$$\frac{x}{3} - 2 = 1 \quad / + 2$$

$$\frac{x}{3} = 3 \quad / \cdot 3$$

$$x = 9$$

$$\text{Zkouška: } L(9) = 2 \cdot \left(\frac{9}{3} - 2 \right) = 2 \cdot (3 - 2) = 2 \cdot 1 = 2 = P(9)$$

Snadné rovnice

1. Řeš rovnici: $3 \cdot (x+1) = 2 \cdot (x+5)$

Řešení:

$$3 \cdot (x+1) = 2 \cdot (x+5)$$

$$3x+3=2x+10 \quad /-2x-3$$

$$x=7$$

$$\text{Zkouška: } L(7) = 3 \cdot (7+1) = 3 \cdot 8 = 24; P(7) = 2 \cdot (7+5) = 2 \cdot 12 = 24 \Rightarrow L(7) = P(7)$$

2. Řeš rovnici: $5 \cdot (2x+1) = 3 \cdot (3x+5) - 11$

Řešení:

$$5 \cdot (2x+1) = 3 \cdot (3x+5) - 11$$

$$10x+5=9x+15-11$$

$$10x+5=9x+4 \quad /-9x-5$$

$$x=-1$$

$$\text{Zkouška: } L(-1) = 5 \cdot (-2+1) = -5; P(-1) = 3 \cdot (-3+5) - 11 = 6 - 11 = -5 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$$

3. Řeš rovnici: $3 \cdot (2x-5) - 2 \cdot (1-2x) = 3 \cdot (3x-2) + 7$

Řešení:

$$3 \cdot (2x-5) - 2 \cdot (1-2x) = 3 \cdot (3x-2) + 7$$

$$6x-15-2+4x=9x-6+7$$

$$10x-17=9x+1 \quad /-9x+17$$

$$x=18$$

$$\text{Zkouška: } L(18) = 3 \cdot 31 - 2 \cdot (-35) = 93 + 70 = 163; P(18) = 3 \cdot 52 + 7 = 163 \Rightarrow L(18) = P(18)$$

4. Řeš rovnici: $7 \cdot (x-2) + 3 \cdot (2+3x) = 4 \cdot (3x-4) + 3 \cdot (x+5)$

Řešení:

$$7 \cdot (x-2) + 3 \cdot (2+3x) = 4 \cdot (3x-4) + 3 \cdot (x+5)$$

$$7x-14+6+9x=12x-16+3x+15$$

$$16x-8=15x-1 \quad /-15x+8$$

$$x=7$$

$$\text{Zkouška: } L(7) = 7 \cdot 5 + 3 \cdot 23 = 35 + 69 = 104; P(7) = 4 \cdot 17 + 3 \cdot 12 = 68 + 36 = 104 \Rightarrow L(7) = P(7)$$

5. Řeš rovnici: $3 \cdot (x+1) - 2 \cdot (4-x) = 5 \cdot (x+2) - (x-7)$

Řešení:

$$3 \cdot (x+1) - 2 \cdot (4-x) = 5 \cdot (x+2) - (x-7)$$

$$3x + 3 - 8 + 2x = 5x + 10 - x + 7$$

$$5x - 5 = 4x + 17 \quad / - 4x + 5$$

$$x = 22$$

Zkouška:

$$L(22) = 3 \cdot 23 - 2 \cdot (-18) = 69 + 36 = 105 ; P(22) = 5 \cdot 24 - 15 = 120 - 15 = 105 \Rightarrow L(22) = P(22)$$

6. Řeš rovnici: $7 \cdot (5x+2) - 6 \cdot (4x-2) = 9 \cdot (7x-2) - 5 \cdot (5x+2)$

Řešení:

$$7 \cdot (5x+2) - 6 \cdot (4x-2) = 9 \cdot (7x-2) - 5 \cdot (5x+2)$$

$$35x + 14 - 24x + 12 = 63x - 18 - 25x - 10$$

$$11x + 26 = 38x - 28 \quad / - 38x - 26$$

$$-27x = -54 \quad / : (-27)$$

$$x = 2$$

Zkouška:

$$L(2) = 7 \cdot 12 - 6 \cdot 6 = 84 - 36 = 48 ; P(2) = 9 \cdot 12 - 5 \cdot 12 = 108 - 60 = 48 \Rightarrow L(2) = P(2)$$

7. Řeš rovnici: $3 \cdot (4x-3) - 4 \cdot (2x+1) = 2 \cdot (3x-11) - 3 \cdot (x+7)$

Řešení:

$$3 \cdot (4x-3) - 4 \cdot (2x+1) = 2 \cdot (3x-11) - 3 \cdot (x+7)$$

$$12x - 9 - 8x - 4 = 6x - 22 - 3x - 21$$

$$4x - 13 = 3x - 43 \quad / - 3x + 13$$

$$x = -30$$

Zkouška:

$$L(-30) = 3 \cdot (-123) - 4 \cdot (-59) = -369 + 236 = -133$$

$$P(-30) = 2 \cdot (-101) - 3 \cdot (-23) = -202 + 69 = -133 \quad \Rightarrow L(-30) = P(-30)$$

8. Řeš rovnici: $17 - 5 \cdot (5x - 6) = 50 - 7 \cdot (7x - 3)$

Řešení:

$$17 - 5 \cdot (5x - 6) = 50 - 7 \cdot (7x - 3)$$

$$17 - 25x + 30 = 50 - 49x + 21$$

$$-25x + 47 = -49x + 71 \quad /+ 49x - 47$$

$$24x = 24 \quad / : 24$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = 17 - 5 \cdot (-1) = 17 + 5 = 22 ; P(1) = 50 - 7 \cdot 4 = 50 - 28 = 22 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

9. Řeš rovnici: $\frac{2x+3}{3} = \frac{3x-1}{6}$

Řešení:

$$\frac{2x+3}{3} = \frac{3x-1}{6} \quad / \cdot 6$$

$$2 \cdot (2x+3) = 3x-1$$

$$4x+6 = 3x-1 \quad / - 3x - 6$$

$$x = -7$$

$$\text{Zkouška: } L(-7) = \frac{-14+3}{3} = -\frac{11}{3} ; P(-7) = \frac{-21-1}{6} = -\frac{22}{6} = -\frac{11}{3} \Rightarrow L(-7) = P(-7)$$

10. Řeš rovnici: $\frac{7x-4}{4} = \frac{6x+16}{8}$

Řešení:

$$\frac{7x-4}{4} = \frac{6x+16}{8} \quad / \cdot 8$$

$$2 \cdot (7x-4) = 6x+16$$

$$14x-8 = 6x+16 \quad / - 6x + 8$$

$$8x = 24 \quad / : 8$$

$$x = 3$$

$$\text{Zkouška: } L(3) = \frac{21-4}{4} = \frac{17}{4} ; P(3) = \frac{18+16}{8} = \frac{34}{8} = \frac{17}{4} \Rightarrow L(3) = P(3)$$

Rovnice s násobením závorek - lehčí typy

1. Řeš rovnici: $(x+2) \cdot (x+1) = x^2 + 8$

Řešení:

$$(x+2) \cdot (x+1) = x^2 + 8$$

$$x^2 + x + 2x + 2 = x^2 + 8 \quad / - x^2$$

$$3x + 2 = 8 \quad / - 2$$

$$3x = 6 \quad / : 3$$

$$x = 2$$

$$\text{Zkouška: } L(2) = 4 \cdot 3 = 12 ; P(2) = 4 + 8 = 12 \Rightarrow L(2) = P(2)$$

2. Řeš rovnici: $(x+4) \cdot (x+5) = x^2 + 29$

Řešení:

$$(x+4) \cdot (x+5) = x^2 + 29$$

$$x^2 + 5x + 4x + 20 = x^2 + 29 \quad / - x^2$$

$$9x + 20 = 29 \quad / - 20$$

$$9x = 9 \quad / : 9$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = 5 \cdot 6 = 30 ; P(1) = 1 + 29 = 30 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

3. Řeš rovnici: $(x-2) \cdot (x-5) = x^2 + 3$

Řešení:

$$(x-2) \cdot (x-5) = x^2 + 3$$

$$x^2 - 5x - 2x + 10 = x^2 + 3 \quad / - x^2$$

$$-7x + 10 = 3 \quad / - 10$$

$$-7x = -7 \quad / : (-7)$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = (-1) \cdot (-4) = 4 ; P(1) = 1 + 3 = 4 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

4. Řeš rovnici: $(x-5) \cdot (2x-7) = 2x^2 + 52$

Řešení:

$$\begin{aligned}(x-5) \cdot (2x-7) &= 2x^2 + 52 \\ 2x^2 - 7x - 10x + 35 &= 2x^2 + 52 & /- 2x^2 \\ -17x + 35 &= 52 & /- 35 \\ -17x &= 17 & /: (-17) \\ x &= -1\end{aligned}$$

Zkouška: $L(-1) = (-6) \cdot (-9) = 54$; $P(-1) = 2 + 52 = 54 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$

5. Řeš rovnici: $(3x-2) \cdot (5x-1) = 15x^2 - 24$

Řešení:

$$\begin{aligned}(3x-2) \cdot (5x-1) &= 15x^2 - 24 \\ 15x^2 - 3x - 10x + 2 &= 15x^2 - 24 & /- 15x^2 \\ -13x + 2 &= -24 & /- 2 \\ -13x &= -26 & /: (-13) \\ x &= 2\end{aligned}$$

Zkouška: $L(2) = 4 \cdot 9 = 36$; $P(2) = 60 - 24 = 36 \Rightarrow L(2) = P(2)$

6. Řeš rovnici: $(x-2) \cdot (x-1) + 5 = (x-3) \cdot (x-4) + 7$

Řešení:

$$\begin{aligned}(x-2) \cdot (x-1) + 5 &= (x-3) \cdot (x-4) + 7 \\ x^2 - x - 2x + 2 + 5 &= x^2 - 4x - 3x + 12 + 7 & /- x^2 \\ -3x + 7 &= -7x + 19 & /- 7 + 7x \\ 4x &= 12 & /: 4 \\ x &= 3\end{aligned}$$

Zkouška: $L(3) = 1 \cdot 2 + 5 = 7$; $P(3) = 0 \cdot (-1) + 7 = 7 \Rightarrow L(3) = P(3)$

7. Řeš rovnici: $(2x-3) \cdot (x+5) + 7 = (x-4) \cdot (2x-1) + 20$

Řešení:

$$\begin{aligned}(2x-3) \cdot (x+5) + 7 &= (x-4) \cdot (2x-1) + 20 \\ 2x^2 + 10x - 3x - 15 + 7 &= 2x^2 - x - 8x + 4 + 20 & /- 2x^2 \\ 7x - 8 &= -9x + 24 & /+ 9x + 8 \\ 16x &= 32 & /: 16 \\ x &= 2\end{aligned}$$

Zkouška: $L(2) = 1 \cdot 7 + 7 = 14$; $P(2) = (-2) \cdot 3 + 20 = 14 \Rightarrow L(2) = P(2)$

8. Řeš rovnici: $(3x-2) \cdot (8x-1) + 16 = (4x-3) \cdot (6x-4) - 9$

Řešení:

$$\begin{aligned}(3x-2) \cdot (8x-1) + 16 &= (4x-3) \cdot (6x-4) - 9 \\ 24x^2 - 3x - 16x + 2 + 16 &= 24x^2 - 16x - 18x + 12 - 9 & /- 24x^2 \\ -19x + 18 &= -34x + 3 & /+ 34x - 18 \\ 15x &= -15 & /: 15 \\ x &= -1\end{aligned}$$

Zkouška: $L(-1) = (-5) \cdot (-9) + 16 = 61$; $P(-1) = (-7) \cdot (-10) - 9 = 61 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$

9. Řeš rovnici: $(5-2x) \cdot (3-6x) - 17 = (4-3x) \cdot (5-4x) - 2$

Řešení:

$$\begin{aligned}(5-2x) \cdot (3-6x) - 17 &= (4-3x) \cdot (5-4x) - 2 \\ 15 - 30x - 6x + 12x^2 - 17 &= 20 - 16x - 15x + 12x^2 - 2 & /- 12x^2 \\ -36x - 2 &= -31x + 18 & /+ 31x + 2 \\ -5x &= 20 & /: (-5) \\ x &= -4\end{aligned}$$

Zkouška: $L(-4) = 13 \cdot 27 - 17 = 334$; $P(-4) = 16 \cdot 21 - 2 = 334 \Rightarrow L(-4) = P(-4)$

10. Řeš rovnici: $(2x+5) \cdot (8x-1) + 5 = (4x-3) \cdot (4x+1) + 49$

Řešení:

$$(2x+5) \cdot (8x-1) + 5 = (4x-3) \cdot (4x+1) + 49$$

$$16x^2 - 2x + 40x - 5 + 5 = 16x^2 + 4x - 12x - 3 + 49 \quad / -16x^2$$

$$38x = -8x + 46 \quad / +8x$$

$$46x = 46 \quad / :46$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = 7 \cdot 7 + 5 = 54 ; P(1) = 1 \cdot 5 + 49 = 54 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

Rovnice s násobením závorek - těžší typy

1. Řeš rovnici: $(x+2) \cdot (x+1) + (x+3) \cdot (x+1) = 2x^2 + 12$

Řešení:

$$(x+2) \cdot (x+1) + (x+3) \cdot (x+1) = 2x^2 + 12$$

$$x^2 + x + 2x + 2 + x^2 + x + 3x + 3 = 2x^2 + 12$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 2x^2 + 12 \quad / - 2x^2$$

$$7x + 5 = 12 \quad / - 5$$

$$7x = 7 \quad / : 7$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 6 + 8 = 14 ; P(1) = 2 + 12 = 14 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

2. Řeš rovnici: $(x+5) \cdot (2x+2) + (3x+1) \cdot (x+2) = 5x^2 + 12$

Řešení:

$$(x+5) \cdot (2x+2) + (3x+1) \cdot (x+2) = 5x^2 + 12$$

$$2x^2 + 2x + 10x + 10 + 3x^2 + 6x + x + 2 = 5x^2 + 12$$

$$5x^2 + 19x + 12 = 5x^2 + 12 \quad / - 5x^2$$

$$19x + 12 = 12 \quad / - 12$$

$$19x = 0 \quad / : 19$$

$$x = 0$$

$$\text{Zkouška: } L(0) = 5 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 10 + 2 = 12 ; P(0) = 0 + 12 = 12 \Rightarrow L(0) = P(0)$$

3. Řeš rovnici: $(3x+7) \cdot (2x+3) + (4x+3) \cdot (6x-5) = 30x^2 + 48$

Řešení:

$$(3x+7) \cdot (2x+3) + (4x+3) \cdot (6x-5) = 30x^2 + 48$$

$$6x^2 + 9x + 14x + 21 + 24x^2 - 20x + 18x - 15 = 30x^2 + 48$$

$$30x^2 + 21x + 6 = 30x^2 + 48 \quad / - 30x^2$$

$$21x + 6 = 48 \quad / - 6$$

$$21x = 42 \quad / : 21$$

$$x = 2$$

$$\text{Zkouška: } L(2) = 13 \cdot 7 + 11 \cdot 7 = 91 + 77 = 168 ; P(2) = 120 + 48 = 168 \Rightarrow L(2) = P(2)$$

4. Řeš rovnici: $(5x+7) \cdot (5x+11) + (3x-7) \cdot (3x-4) = 34x^2 - 9$

Řešení:

$$\begin{aligned} (5x+7) \cdot (5x+11) + (3x-7) \cdot (3x-4) &= 34x^2 - 9 \\ 25x^2 + 55x + 35x + 77 + 9x^2 - 12x - 21x + 28 &= 34x^2 - 9 \\ 34x^2 + 57x + 105 &= 34x^2 - 9 \quad / - 34x^2 \\ 57x + 105 &= -9 \quad / - 105 \\ 57x &= -114 \quad / : 57 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Zkouška: $L(-2) = (-3) \cdot 1 + (-13) \cdot (-10) = (-3) + 130 = 127$; $P(-2) = 34 \cdot 4 - 9 = 136 - 9 = 127$
 $\Rightarrow L(-2) = P(-2)$

5. Řeš rovnici: $(x+7) \cdot (x+9) - (x+3) \cdot (x+5) = 7 \cdot (x+6) + 12$

Řešení:

$$\begin{aligned} (x+7) \cdot (x+9) - (x+3) \cdot (x+5) &= 7 \cdot (x+6) + 12 \\ x^2 + 9x + 7x + 63 - (x^2 + 5x + 3x + 15) &= 7x + 42 + 12 \\ \underline{x^2} + 9x + 7x + 63 - \underline{x^2} - 5x - 3x - 15 &= 7x + 42 + 12 \\ 8x + 48 &= 7x + 54 \quad / - 7x - 48 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Zkouška: $L(6) = 13 \cdot 15 - 9 \cdot 11 = 195 - 99 = 96$; $P(6) = 7 \cdot 12 + 12 = 84 + 12 = 96 \Rightarrow L(6) = P(6)$

6. Řeš rovnici: $(x+5) \cdot (x-7) - (x+9) \cdot (x-1) = 9 \cdot (7-x) + 12$

Řešení:

$$\begin{aligned} (x+5) \cdot (x-7) - (x+9) \cdot (x-1) &= 9 \cdot (7-x) + 12 \\ x^2 - 7x + 5x - 35 - (x^2 - x + 9x - 9) &= 63 - 9x + 12 \\ \underline{x^2} - 7x + 5x - 35 - \underline{x^2} + x - 9x + 9 &= 63 - 9x + 12 \\ -10x - 26 &= 75 - 9x \quad / + 9x + 26 \\ -x &= 101 \quad / : (-1) \\ x &= -101 \end{aligned}$$

Zkouška: $L(-101) = (-96) \cdot (-108) - [(-92) \cdot (-102)] = 10\,368 - 9\,384 = 984$;
 $P(-101) = 9 \cdot 108 + 12 = 972 + 12 = 984 \Rightarrow L(-101) = P(-101)$

7. Řeš rovnici: $(2x+5) \cdot (2x-9) - (4x-9) \cdot (x-3) = 3 \cdot (5-2x) + 8$

Řešení:

$$\begin{aligned} (2x+5) \cdot (2x-9) - (4x-9) \cdot (x-3) &= 3 \cdot (5-2x) + 8 \\ 4x^2 - 18x + 10x - 45 - (4x^2 - 12x - 9x + 27) &= 15 - 6x + 8 \\ \underline{4x^2} - 18x + 10x - 45 - \underline{4x^2} + 12x + 9x - 27 &= 15 - 6x + 8 \\ 13x - 72 &= 23 - 6x & /+ 6x + 72 \\ 19x &= 95 & /:19 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Zkouška: $L(5) = 15 \cdot 1 - 11 \cdot 2 = 15 - 22 = -7$; $P(5) = 3 \cdot (-5) + 8 = -15 + 8 = -7 \Rightarrow L(5) = P(5)$

8. Řeš rovnici: $(2x+1) \cdot (6x-1) - (4x-1) \cdot (3x+1) = (x+5) \cdot (x-3) - (x+9) \cdot (x-1) + 15$

Řešení:

$$\begin{aligned} (2x+1) \cdot (6x-1) - (4x-1) \cdot (3x+1) &= (x+5) \cdot (x-3) - (x+9) \cdot (x-1) + 15 \\ 12x^2 - 2x + 6x - 1 - (12x^2 + 4x - 3x - 1) &= x^2 - 3x + 5x - 15 - (x^2 - x + 9x - 9) + 15 \\ \underline{12x^2} - 2x + 6x - 1 - \underline{12x^2} - 4x + 3x + 1 &= \underline{x^2} - 3x + 5x - 15 - \underline{x^2} + x - 9x + 9 + 15 \\ 3x &= -6x + 9 & /+ 6x \\ 9x &= 9 & /:9 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Zkouška: $L(1) = 3 \cdot 5 - 3 \cdot 4 = 15 - 12 = 3$; $P(1) = 6 \cdot (-2) - (10 \cdot 0) + 15 = -12 + 15 = 3 \Rightarrow L(1) = P(1)$

9. Řeš rovnici: $(x+11) \cdot (x-13) - (x-12) \cdot (x+10) = (x+5) \cdot (x-13) - (x+2) \cdot (x-15) + 12$

Řešení:

$$\begin{aligned} (x+11) \cdot (x-13) - (x-12) \cdot (x+10) &= (x+5) \cdot (x-13) - (x+2) \cdot (x-15) + 12 \\ x^2 - 13x + 11x - 143 - (x^2 + 10x - 12x - 120) &= x^2 - 13x + 5x - 65 - (x^2 - 15x + 2x - 30) + 12 \\ \underline{x^2} - 13x + 11x - 143 - \underline{x^2} - 10x + 12x + 120 &= \underline{x^2} - 13x + 5x - 65 - \underline{x^2} + 15x - 2x + 30 + 12 \\ -23 &= 5x - 23 & /- 5x + 23 \\ -5x &= 0 & /:(-5) \\ x &= 0 \end{aligned}$$

Zkouška: $L(0) = 11 \cdot (-13) - [(-12) \cdot 10] = -143 - (-120) = -23$;

$P(0) = 5 \cdot (-13) - [2 \cdot (-15)] + 12 = -65 + 30 + 12 = -23 \Rightarrow L(0) = P(0)$

10. Řeš rovnici: $(x-5) \cdot (2x-7) - (x-5) \cdot (x-3) = (2x+1) \cdot (x-7) - (x-2) \cdot (x-5) + 10$

Řešení:

$$\begin{aligned}(x-5) \cdot (2x-7) - (x-5) \cdot (x-3) &= (2x+1) \cdot (x-7) - (x-2) \cdot (x-5) + 10 \\ 2x^2 - 7x - 10x + 35 - (x^2 - 3x - 5x + 15) &= 2x^2 - 14x + x - 7 - (x^2 - 5x - 2x + 10) + 10 \\ 2x^2 - 7x - 10x + 35 - x^2 + 3x + 5x - 15 &= 2x^2 - 14x + x - 7 - x^2 + 5x + 2x - 10 + 10 \\ x^2 - 9x + 20 &= x^2 - 6x - 7 \quad / - x^2 \\ -9x + 20 &= -6x - 7 \quad / + 6x - 20 \\ -3x &= -27 \quad / : (-3) \\ x &= 9\end{aligned}$$

Zkouška: $L(9) = 4 \cdot 11 - 4 \cdot 6 = 44 - 24 = 20$; $P(9) = 19 \cdot 2 - 7 \cdot 4 + 10 = 38 - 28 + 10 = 20 \Rightarrow L(9) = P(9)$

Rovnice se zlomky - lehčí typy

1. Řeš rovnici: $\frac{x+1}{3} + 1 = x - 2$

Řešení:

$$\frac{x+1}{3} + 1 = x - 2 \quad / \cdot 3$$

$$x + 1 + 3 = 3x - 6 \quad / - 3x - 4$$

$$-2x = -10 \quad / : (-2)$$

$$x = 5$$

$$\text{Zkouška: } L(5) = \frac{6}{3} + 1 = 3; P(5) = 5 - 2 = 3 \Rightarrow L(5) = P(5)$$

2. Řeš rovnici: $\frac{3x-1}{2} + 1 = x - \frac{2-x}{3}$

Řešení:

$$\frac{3x-1}{2} + 1 = x - \frac{2-x}{3} \quad / \cdot 6$$

$$3(3x-1) + 6 = 6x - 2(2-x)$$

$$9x - 3 + 6 = 6x - 4 + 2x$$

$$9x + 3 = 8x - 4 \quad / - 8x - 3$$

$$x = -7$$

$$\text{Zkouška: } L(-7) = -11 + 1 = -10; P(-7) = -7 - 3 = -10 \Rightarrow L(-7) = P(-7)$$

3. Řeš rovnici: $\frac{4x-1}{3} - 2 = \frac{x}{2} + \frac{4+2x}{4}$

Řešení:

$$\frac{4x-1}{3} - 2 = \frac{x}{2} + \frac{4+2x}{4} \quad / \cdot 12$$

$$4(4x-1) - 24 = 6x + 3(4+2x)$$

$$16x - 4 - 24 = 6x + 12 + 6x$$

$$16x - 28 = 12x + 12 \quad / - 12x + 28$$

$$4x = 40 \quad / : 4$$

$$x = 10$$

$$\text{Zkouška: } L(10) = 13 - 2 = 11; P(10) = 5 + 6 = 11 \Rightarrow L(10) = P(10)$$

4. Řeš rovnici: $\frac{x-1}{2} - 1 = \frac{x+4}{5} + \frac{1+2x}{2}$

Řešení:

$$\frac{x-1}{2} - 1 = \frac{x+4}{5} + \frac{1+2x}{2} \quad / \cdot 10$$

$$5(x-1) - 10 = 2(x+4) + 5(1+2x)$$

$$5x - 5 - 10 = 2x + 8 + 5 + 10x$$

$$5x - 15 = 12x + 13 \quad / -12x + 15$$

$$-7x = 28 \quad / : (-7)$$

$$x = -4$$

$$\text{Zkouška: } L(-4) = -\frac{5}{2} - \frac{2}{2} = -\frac{7}{2}; P(-4) = 0 + \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{7}{2} \Rightarrow L(-4) = P(-4)$$

5. Řeš rovnici: $\frac{x-3}{6} - 2 = \frac{x+1}{2} - \frac{5+2x}{3}$

Řešení:

$$\frac{x-3}{6} - 2 = \frac{x+1}{2} - \frac{5+2x}{3} \quad / \cdot 12$$

$$2(x-3) - 24 = 6(x+1) - 4(5+2x)$$

$$2x - 6 - 24 = 6x + 6 - 20 - 8x$$

$$2x - 30 = -2x - 14 \quad / + 2x + 30$$

$$4x = 16 \quad / : 4$$

$$x = 4$$

$$\text{Zkouška: } L(4) = \frac{1}{6} - 2 = -\frac{11}{6}; P(4) = \frac{5}{2} - \frac{13}{3} = \frac{15-26}{6} = -\frac{11}{6} \Rightarrow L(4) = P(4)$$

6. Řeš rovnici: $\frac{x-2}{8} - \frac{x+2}{3} = \frac{x+1}{6} - \frac{x-1}{12}$

Řešení:

$$\frac{x-2}{8} - \frac{x+2}{3} = \frac{x+1}{6} - \frac{x-1}{12} \quad / \cdot 24$$

$$3(x-2) - 8(x+2) = 4(x+1) - 2(x-1)$$

$$3x - 6 - 8x - 16 = 4x + 4 - 2x + 2$$

$$-5x - 22 = 2x + 6 \quad / -2x + 22$$

$$-7x = 28 \quad / : (-7)$$

$$x = -4$$

Zkouška:

$$L(-4) = -\frac{3}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{-9+8}{12} = -\frac{1}{12}; P(-4) = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{-6+5}{12} = -\frac{1}{12} \Rightarrow L(-4) = P(-4)$$

7. Řeš rovnici: $\frac{x+1}{9} - \frac{x}{3} = \frac{2-3x}{6} - 3$

Řešení:

$$\frac{x+1}{9} - \frac{x}{3} = \frac{2-3x}{6} - 3 \quad / \cdot 18$$

$$2(x+1) - 6x = 3(2-3x) - 54$$

$$2x + 2 - 6x = 6 - 9x - 54$$

$$-4x + 2 = -9x - 48 \quad / + 9x - 2$$

$$5x = -50 \quad / : 5$$

$$x = -10$$

$$\text{Zkouška: } L(-10) = -1 + \frac{10}{3} = \frac{7}{3}; P(-10) = \frac{16}{3} - 3 = \frac{7}{3} \Rightarrow L(-10) = P(-10)$$

8. Řeš rovnici: $\frac{x+1}{4} - \frac{x+1}{5} = \frac{x+1}{10} - \frac{x+1}{2}$

Řešení:

$$\frac{x+1}{4} - \frac{x+1}{5} = \frac{x+1}{10} - \frac{x+1}{2} \quad / \cdot 20$$

$$5(x+1) - 4(x+1) = 2(x+1) - 10(x+1)$$

$$5x + 5 - 4x - 4 = 2x + 2 - 10x - 10$$

$$x + 1 = -8x - 8 \quad / + 8x - 1$$

$$9x = -9 \quad / : 9$$

$$x = -1$$

$$\text{Zkouška: } L(-1) = 0 - 0 = 0; P(-1) = 0 - 0 = 0 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$$

9. Řeš rovnici: $\frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{6} = \frac{x+2}{3} - \frac{x+2}{10}$

Řešení:

$$\frac{x+2}{5} - \frac{x+2}{6} = \frac{x+2}{3} - \frac{x+2}{10} \quad / \cdot 30$$

$$6(x+2) - 5(x+2) = 10(x+2) - 3(x+2)$$

$$6x + 12 - 5x - 10 = 10x + 20 - 3x - 6$$

$$x + 2 = 7x + 14 \quad / - 7x - 2$$

$$-6x = 12 \quad / : (-6)$$

$$x = -2$$

$$\text{Zkouška: } L(-2) = 0 - 0 = 0; P(-2) = 0 - 0 = 0 \Rightarrow L(-2) = P(-2)$$

10. Řeš rovnici: $\frac{x-1}{5} - \frac{x-2}{8} = \frac{x-1}{4} - \frac{x-2}{10} - \frac{1}{20}$

Řešení:

$$\frac{x-1}{5} - \frac{x-2}{8} = \frac{x-1}{4} - \frac{x-2}{10} - \frac{1}{20} \quad / \cdot 40$$

$$8(x-1) - 5(x-2) = 10(x-1) - 4(x-2) - 2$$

$$8x - 8 - 5x + 10 = 10x - 10 - 4x + 8 - 2$$

$$3x + 2 = 6x - 4 \quad / -6x - 2$$

$$-3x = -6 \quad / : (-3)$$

$$x = 2$$

$$\text{Zkouška: } L(2) = \frac{1}{5} - 0 = \frac{1}{5}; P(2) = \frac{1}{4} - 0 - \frac{1}{20} = \frac{5-1}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \Rightarrow L(2) = P(2)$$

Rovnice se složenými závorkami

1. Řeš rovnici: $(x+2) \cdot [2 \cdot (x+1) + 3 \cdot (x-1)] = 5x^2 + 8x + 1$

Řešení:

$$(x+2) \cdot [2 \cdot (x+1) + 3 \cdot (x-1)] = 5x^2 + 8x + 1$$

$$(x+2) \cdot [2x+2+3x-3] = 5x^2 + 8x + 1$$

$$(x+2) \cdot (5x-1) = 5x^2 + 8x + 1$$

$$5x^2 - x + 10x - 2 = 5x^2 + 8x + 1$$

$$5x^2 + 9x - 2 = 5x^2 + 8x + 1 \quad / -5x^2 - 8x + 2$$

$$x = 3$$

$$\text{Zkouška: } L(3) = 5 \cdot [2 \cdot 4 + 3 \cdot 2] = 5 \cdot 14 = 70 ; P(3) = 45 + 24 + 1 = 70 \Rightarrow L(3) = P(3)$$

2. Řeš rovnici: $(x-1) \cdot [3 \cdot (x-1) + 5 \cdot (x-3)] = 8x^2 + 8x - 16$

Řešení:

$$(x-1) \cdot [3 \cdot (x-1) + 5 \cdot (x-3)] = 8x^2 + 8x - 16$$

$$(x-1) \cdot [3x-3+5x-15] = 8x^2 + 8x - 16$$

$$(x-1) \cdot (8x-18) = 8x^2 + 8x - 16$$

$$8x^2 - 18x - 8x + 18 = 8x^2 + 8x - 16 \quad / -8x^2$$

$$-26x + 18 = 8x - 16 \quad / -8x - 18$$

$$-34x = -34$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = 0 \cdot [0 + 5 \cdot (-2)] = 0 ; P(1) = 8 + 8 - 16 = 0 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

3. Řeš rovnici: $(2x-5) \cdot [2 \cdot (x-5) + 3 \cdot (2x-1)] = 16x^2 + 8x - 9$

Řešení:

$$(2x-5) \cdot [2 \cdot (x-5) + 3 \cdot (2x-1)] = 16x^2 + 8x - 9$$

$$(2x-5) \cdot [2x-10+6x-3] = 16x^2 + 8x - 9$$

$$(2x-5) \cdot (8x-13) = 16x^2 + 8x - 9$$

$$16x^2 - 26x - 40x + 65 = 16x^2 + 8x - 9$$

$$16x^2 - 66x + 65 = 16x^2 + 8x - 9 \quad / -16x^2 - 8x - 65$$

$$-74x = -74 \quad / : -74$$

$$x = 1$$

$$\text{Zkouška: } L(1) = (-3) \cdot [(-8) + 3 \cdot 1] = (-3) \cdot (-5) = 15 ; P(1) = 16 + 8 - 9 = 15 \Rightarrow L(1) = P(1)$$

4. Řeš rovnici: $(2x-3) \cdot [3 \cdot (x-1) - 2 \cdot (x-4)] = 2x^2 + 8x + 1$

Řešení:

$$(2x-3) \cdot [3 \cdot (x-1) - 2 \cdot (x-4)] = 2x^2 + 8x + 1$$

$$(2x-3) \cdot [3x-3-2x+8] = 2x^2 + 8x + 1$$

$$(2x-3) \cdot (x+5) = 2x^2 + 8x + 1$$

$$2x^2 + 10x - 3x - 15 = 2x^2 + 8x + 1$$

$$2x^2 + 7x - 15 = 2x^2 + 8x + 1 \quad / - 2x^2 - 8x + 15$$

$$-x = 16 \quad / \cdot (-1)$$

$$x = -16$$

$$\text{Zkouška: } L(-16) = (-35) \cdot [3 \cdot (-17) - [2 \cdot (-20)]] = (-35) \cdot (-11) = 385 ;$$

$$P(-16) = 512 - 128 + 1 = 385 \Rightarrow L(-16) = P(-16)$$

5. Řeš rovnici: $(x-1) \cdot [(x+2) \cdot (x-1) - 3 \cdot (x-4)] = x^3 - (3x+2) \cdot (x-1) + 8x$

Řešení:

$$(x-1) \cdot [(x+2) \cdot (x-1) - 3 \cdot (x-4)] = x^3 - (3x+2) \cdot (x-1) + 8x$$

$$(x-1) \cdot [x^2 - x + 2x - 2 - 3x + 12] = x^3 - (3x^2 - 3x + 2x - 2) + 8x$$

$$(x-1) \cdot [x^2 - 2x + 10] = x^3 - 3x^2 + 3x - 2x + 2 + 8x$$

$$x^3 - 2x^2 + 10x - x^2 + 2x - 10 = x^3 - 3x^2 + 9x + 2$$

$$x^3 - 3x^2 + 12x - 10 = x^3 - 3x^2 + 9x + 2 \quad / - x^3 + 3x^2 - 9x + 10$$

$$3x = 12 \quad / : 3$$

$$x = 4$$

$$\text{Zkouška: } L(4) = 3 \cdot [6 \cdot 3 - 3 \cdot 0] = 3 \cdot 18 = 54 ; P(4) = 64 - (14 \cdot 3) + 32 = 22 + 32 = 54 \Rightarrow L(4) = P(4)$$

6. Řeš rovnici: $(x-2) \cdot [(x+1) \cdot (x+6) - 3 \cdot (x+5)] = x^3 + (x+3) \cdot (2x-5) + 8x - 19$

Řešení:

$$\begin{aligned}
(x-2) \cdot [(x+1) \cdot (x+6) - 3 \cdot (x+5)] &= x^3 + (x+3) \cdot (2x-5) + 8x - 19 \\
(x-2) \cdot [x^2 + 6x + x + 6 - 3x - 15] &= x^3 + 2x^2 - 5x + 6x - 15 + 8x - 19 \\
(x-2) \cdot [x^2 + 4x - 11] &= x^3 + 2x^2 + 9x - 34 \\
x^3 + 4x^2 - 11x - 2x^2 - 8x + 22 &= x^3 + 2x^2 + 9x - 34 \\
x^3 + 2x^2 - 19x + 22 &= x^3 + 2x^2 + 9x - 34 \quad /-x^3 - 2x^2 - 9x - 22 \\
-28x &= -56 \quad /: (-28) \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Zkouška: $L(2) = 0 \cdot [\text{nemusíme počítat}] = 0$;

$$P(2) = 8 + 5 \cdot (-1) + 16 - 19 = 3 + 16 - 19 = 0 \Rightarrow L(2) = P(2)$$

7. Řeš rovnici: $(2x-3) \cdot [(x+1) \cdot (x-5) - 2 \cdot (2x-1)] = 2x^3 - (4x+3) \cdot (4x-1) - 3x^2 + 8x - 12$

Řešení:

$$\begin{aligned}
(2x-3) \cdot [(x+1) \cdot (x-5) - 2 \cdot (2x-1)] &= 2x^3 - (4x+3) \cdot (4x-1) - 3x^2 + 8x - 12 \\
(2x-3) \cdot [x^2 - 5x + x - 5 - 4x + 2] &= 2x^3 - (16x^2 - 4x + 12x - 3) - 3x^2 + 8x - 12 \\
(2x-3) \cdot [x^2 - 8x - 3] &= 2x^3 - 16x^2 + 4x - 12x + 3 - 3x^2 + 8x - 12 \\
2x^3 - 16x^2 - 6x - 3x^2 + 24x + 9 &= 2x^3 - 19x^2 - 9 \\
2x^3 - 19x^2 + 18x + 9 &= 2x^3 - 19x^2 - 9 \quad /-2x^3 + 19x^2 - 9 \\
18x &= -18 \quad /: 18 \\
x &= -1
\end{aligned}$$

Zkouška: $L(-1) = (-5) \cdot [0 \cdot (-6) - 2 \cdot (-3)] = (-5) \cdot 6 = -30$;

$$P(-1) = -2 - (-1) \cdot (-5) - 3 - 8 - 12 = -30 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$$

8. Řeš rovnici: $\{(x+1) \cdot [(x+1) + 3 \cdot (x-1)]\} \cdot (x-1) = 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22$

Řešení:

$$\begin{aligned}
\{(x+1) \cdot [(x+1) + 3 \cdot (x-1)]\} \cdot (x-1) &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 \\
\{(x+1) \cdot [x+1+3x-3]\} \cdot (x-1) &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 \\
\{(x+1) \cdot (4x-2)\} \cdot (x-1) &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 \\
\{4x^2 - 2x + 4x - 2\} \cdot (x-1) &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 \\
\{4x^2 + 2x - 2\} \cdot (x-1) &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 \\
4x^3 - 4x^2 + 2x^2 - 2x - 2x + 2 &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 \\
4x^3 - 2x^2 - 4x + 2 &= 4x^3 - 2x^2 + 8x - 22 & / -4x^3 + 2x^2 - 8x - 2 \\
-12x &= -24 & / : (-12) \\
x &= 2
\end{aligned}$$

$$\text{Zkouška: } L(2) = 3 \cdot [3 + 3 \cdot 1] \cdot 1 = 3 \cdot 6 \cdot 1 = 18; P(2) = 32 - 8 + 16 - 22 = 18 \Rightarrow L(2) = P(2)$$

$$\mathbf{9. \text{ Řeš rovnici: }} \{(x+2) \cdot [4 \cdot (x+2) - 3 \cdot (x-3)]\} \cdot (x+1) = x^3 + 20x^2 + 8x - 11$$

Řešení:

$$\begin{aligned}
\{(x+2) \cdot [4 \cdot (x+2) - 3 \cdot (x-3)]\} \cdot (x+1) &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 \\
\{(x+2) \cdot [4x+8-3x+9]\} \cdot (x+1) &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 \\
\{(x+2) \cdot (x+17)\} \cdot (x+1) &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 \\
\{x^2 + 17x + 2x + 34\} \cdot (x+1) &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 \\
\{x^2 + 19x + 34\} \cdot (x+1) &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 \\
x^3 + x^2 + 19x^2 + 19x + 34x + 34 &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 \\
x^3 + 20x^2 + 53x + 34 &= x^3 + 20x^2 + 8x - 11 & / -x^3 - 20x^2 - 8x - 34 \\
45x &= -45 & / : 45 \\
x &= -1
\end{aligned}$$

$$\text{Zkouška: } L(-1) = 1 \cdot [4 - 3 \cdot (-4)] \cdot 0 = 0; P(-1) = -1 + 20 - 8 - 11 = 0 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$$

10. Řeš rovnici: $\{(x+5) \cdot [7 \cdot (x+4) - 4 \cdot (2x-5)]\} \cdot (2x+3) = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$

Řešení:

$$\{(x+5) \cdot [7 \cdot (x+4) - 4 \cdot (2x-5)]\} \cdot (2x+3) = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$$

$$\{(x+5) \cdot [7x + 28 - 8x + 20]\} \cdot (2x+3) = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$$

$$\{(x+5) \cdot (-x + 48)\} \cdot (2x+3) = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$$

$$\{-x^2 + 48x - 5x + 240\} \cdot (2x+3) = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$$

$$\{-x^2 + 43x + 240\} \cdot (2x+3) = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$$

$$-2x^3 - 3x^2 + 86x^2 + 129x + 480x + 720 = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119$$

$$-2x^3 + 83x^2 + 609x + 720 = -2x^3 + 83x^2 + 8x + 119 \quad / + 2x^3 - 83x^2 - 8x - 720$$

$$601x = -601 \quad / : 601$$

$$x = -1$$

Zkouška: $L(-1) = 4 \cdot [21 - 4 \cdot (-7)] \cdot 1 = 196$; $P(-1) = 2 + 83 - 8 + 119 = 196 \Rightarrow L(-1) = P(-1)$